

## 4. La décision rationnelle face à l'aléa

Le choix rationnel en avenir incertain est un sujet classique, auquel Pascal apporta des contributions pionnières. Dans son célèbre pari, il introduit l'espérance mathématique des gains (la somme des gains pondérée par les probabilités) comme maximande du problème de décision. Le paradoxe de Saint Petersburg de Bernouilli suggère de substituer le critère de l'espérance mathématique de l'utilité des gains (la somme de l'utilité des gains pondérée par les probabilités) à celui de l'espérance des gains. Les progrès de la réflexion conduiront aux deux synthèses modernes, qui dérivent le critère de choix d'une axiomatique plus fondamentale.

Dans le cas où les probabilités sont objectives, c'est-à-dire reflètent des lois de probabilité scientifiquement avérées (avec toute l'ambiguïté que peut recouvrir ce terme), l'avenir est dit risqué et l'axiomatique de Von Neumann conclut à l'utilisation du critère de l'espérance de l'utilité.

Dans le cas où les événements ne sont pas régis par des lois mises scientifiquement en évidence, Savage établit qu'un acteur rationnel au sens de son axiomatique évalue, ou tout se passe comme si il évaluait, les conséquences à l'aune de l'espérance mathématique de l'utilité, étant donné que l'espérance mathématique est alors calculée à l'aide de probabilités subjectives qui ont (presque) toutes les propriétés formelles des probabilités.

L'explication par la théorie moderne des choix en avenir incertain, dans le cadre de la problématique de l'espérance de l'utilité met en exergue le rôle des dérivées de la fonction d'utilité et relie l'« aversion au risque » à la dérivée seconde, la « prudence » à la dérivée troisième, etc.

À la suite des critiques d'Allais et Ellsberg, tout un courant de réflexion remet en question le critère de l'espérance des gains : par exemple, certains suggèrent de remplacer les probabilités par des capacités, qui sont des fonctions d'ensembles plus générales.